

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕНДЕНЦИЙ И ТРЕНДА В ДИНАМИКЕ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ РОССИИ НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

О.Л. Фиговский¹, В.В. Андреев²

¹ INRC Polymate (Israel); E-mail: figovsky@gmail.com

² ФГБОУ ВПО «Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова»
(г. Чебоксары); E-mail: andreev_vsevolod@mail.ru

1. Введение

Важность математических моделей, описывающих динамику социально-экономической системы, заключается в том, что они позволяют, в частности, учесть в процессе разработки и проведения социально-экономических преобразований наиболее проблемные направления, которые представляют собой приоритеты развития, но и являются источниками рисков. Выявление основных тенденций, сложившихся в динамике социально-экономической системы и определяющих её дальнейшую эволюцию, является ключевым элементом при принятии тех или иных управленческих решений. Ранее проф. Фиговским были рассмотрены основные тенденции, сложившихся в динамике социально-экономической системы в России, Израиле и Казахстане [1-3].

Для описания процессов в социально-экономических системах наряду с традиционным статистическим анализом и обработкой данных в последнее время активно разрабатываются методы исследования, основанные на применении подходов, ранее разработанных и используемых в других точных науках, в частности, в физике [4-7]. Также активно развиваются и применяются в исследовании динамики социально-экономических систем модели, относящиеся к классу так называемых моделей «хищник-жертва» [8-12]. Например, в работе [12] эта модель применена для исследования эволюционной динамики национализма и миграции. Одними из наиболее эффективных приложений модели «хищник-жертва» были исследования рынка труда [13-15]. В работах [16-18] на основе подобной модели проанализированы циклы занятости и приватизационные циклы и получены важные результаты.

Вообще разнообразные модели популяционной динамики активно применяются для исследования различных процессов социально-экономической динамики [19, 20].

В предыдущих наших работах также предложены и исследованы математические модели динамики социально-экономических систем, построенные на принципах «хищник-жертва» [21-31]. Эти модели были применены для анализа динамики социально-экономических систем России [21-25, 30, 31] и США [26-29] на различных временных

этапах. Результаты этих исследований вполне адекватно описывают реальную наблюдаемую ситуацию.

2. Математическая модель

При построении математической модели динамики социально-экономической системы России будем основываться на подходе, представленном в работе [32]. Этот подход основан на выделении в сложной системе основных подсистем (структурных единиц), определяющих динамику всей системы. Степень детализации при выделении подсистем зависит от цели исследования. С одной стороны, чем большее количество подсистем выделяется, тем более точный конечный результат можно получить. С другой стороны, начиная с некоторого шага, более мелкая детализация подсистем будет приводить лишь к незначительному увеличению точности моделирования (а то и вовсе не давать более точные результаты), приводя при этом к существенному увеличению трудоёмкости расчётов. Выделение основных элементов и движущих сил, определяющих динамику социально-экономической системы, происходит на основе системного подхода и всестороннего анализа системы в целом.

Одна из математических моделей [30-33], ранее использованная авторами для анализа тенденций и трендов в динамике социально-экономической системы России, имеет вид:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= \alpha_1 x_1 x_2 - \alpha_2 x_1 x_3 - \alpha_3 x_1 x_4 - \alpha_4 x_1 x_5 - \alpha_5 x_1, \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\beta_1 x_1 x_2 + \beta_2 x_2 x_3 - \beta_3 x_2 x_5 - \beta_4 x_2, \\ \frac{dx_3}{dt} &= \gamma_1 x_1 x_3 - \gamma_2 x_2 x_3 - \gamma_3 x_3, \\ \frac{dx_4}{dt} &= \delta_1 x_1 x_4 - \delta_2 x_4, \\ \frac{dx_5}{dt} &= \varphi_1 x_1 x_5 + \varphi_2 x_2 x_5 - \varphi_3 x_5.\end{aligned}\tag{1}$$

В уравнениях (1) коэффициенты α_i , β_i , γ_i , δ_i и φ_i в общем случае могут зависеть от времени t . Здесь в ходе дальнейшего исследования предполагаем их постоянными на исследуемом временном интервале $[t_0, t_F]$.

Элементы (подсистемы) этой модели взаимодействуют друг с другом в соответствии со схемой, представленной на рис.1.

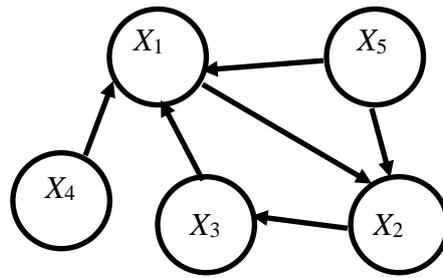


Рис. 1. Структурная схема взаимодействия элементов социально-экономической системы.

Здесь стрелка исходит от хищника и заканчивается на жертве. В этой модели в качестве основных элементов, определяющих динамику социально-экономической системы в целом, выбраны: X_1 , обозначающий доходы консолидированного бюджета x_1 ; X_2 – валовой внутренний продукт (ВВП) x_2 ; элемент X_3 – расходы на финансирование науки x_3 ; элемент X_4 – доходы населения x_4 ; элемент X_5 – утечку капиталов x_5 . Выбор такого набора взаимодействующих между собой элементов X_1, \dots, X_5 обоснован тем, что они характеризуют и определяют как темпы социально-экономического развития государства в целом, так и уровень благосостояния населения. Также необходимо отметить, в социально-экономической системе, как и в живой природе, часто взаимодействие элементов системы между собой можно трактовать в терминах взаимодействия хищников и жертв. Здесь также происходит поглощение более сильными структурными элементами системы (или подсистемами) более слабых. Более сильные субъекты, почувствовав неустойчивость социально-экономической системы в целом, не вкладывают капитал в развитие экономики, а начинают вывозить его за границу всё в более широких масштабах. Таким образом, «хищник» уничтожает материальные и трудовые богатства государства, которые выступают в данном случае в роли «жертвы». Когда самоцелью социально-экономической политики государства становится, например, рост ВВП без учёта остальных показателей состояния системы в целом и их сбалансированности между собой, то здесь ВВП можно рассматривать в качестве «хищника», поедающего и уничтожающего устойчивость всей системы.

При исследовании динамики сложной системы с помощью систем дифференциальных уравнений вида (1) возникает проблема идентификации неизвестных параметров α_i , β_i , γ_i , δ_i и φ_i . Для решения задачи идентификации в работах [21-33] использовались данные государственной статистики. Перечисленные неизвестные коэффициенты определяются так, чтобы на заданном временном интервале $[t_0, t_F]$ расхождение между данными государственной статистики и соответствующими им решениями системы

дифференциальных уравнений (1), было минимальным. Одним из эффективных методов решения такой задачи идентификации является алгоритм Левенберга-Марквардта в модификации Флетчера [34-37].

3. Применение математической модели (1) для исследования динамики социально-экономической системы России

Обобщая результаты работ [30-33] можно сказать, что модель вида (1) адекватно описывает динамику социально-экономической системы России. Например, из проведённого в работе [30] исследования следует, что модель (1) позволила правильно описать социально-экономическую ситуацию во второй половине 1990-х годов и случившийся в 1998 году дефолт. Кроме того, из анализа, проведённого в работах [30, 31], следует, что кризисные явления после 2000 года особенно нарастали в 2004-2005 и 2011-2012 годах. Эти даты коррелируют с годами президентских выборов в России (2004, 2008, 2012 годы). Относительно 2008 года можно сказать, что выборы тогда проходили на фоне мирового финансового кризиса и локальный кризис в России в 2008-2009 годах уложился на мировой кризис. Из результатов работы [31] также следует, что при сохранении тенденций, сложившихся в социально-экономической системе России к концу 2011 года, очередными особенно тяжёлыми годами будут 2016-2017 годы. Здесь необходимо отметить, что в работе [31] идентификация параметров модели (1) выполнялась по статистическим данным [38, 39] с 2000 по 2011 год включительно.

Проанализируем динамику социально-экономической системы России на основе модели (1) с учётом статистических данных для элементов X_1, \dots, X_5 с 2005 по 2012 годы. Почему в качестве точки отчёта берётся 2005 год, было подробно исследовано в работе [31]. Таким образом, для идентификации неизвестных параметров модели (1) используем данные статистики с 2005 по 2012 год включительно. Определяем оптимальный вектор параметров $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \delta_i$ и φ_i модели (1), для которого решения $x_i(t)$, $i=1,2,\dots,5$ наиболее точно количественно и качественно описывают соответствующие статистические данные за рассматриваемый период времени. Идентификация параметров системы дифференциальных уравнений (1) на временном интервале с 2005 по 2012 годы дала следующие оптимальные значения:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 0.0098, \quad \alpha_2 = 0.00158, \quad \alpha_3 = -5.8111 \cdot 10^{-4}, \quad \alpha_4 = 0.0021, \quad \alpha_5 = 0.09122, \\ \beta_1 &= -8.0666 \cdot 10^{-4}, \quad \beta_2 = -3.7113 \cdot 10^{-4}, \quad \beta_3 = 3.8624 \cdot 10^{-4}, \quad \beta_4 = -0.01947, \\ \gamma_1 &= 0.002517, \quad \gamma_2 = 9.4216 \cdot 10^{-4}, \quad \gamma_3 = -0.07443, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\delta_1 = -3.8554 \cdot 10^{-4}, \delta_2 = -0.0935, \varphi_1 = 0.00857, \varphi_2 = -0.00232, \varphi_3 = 0.259.$$

Зависимости $x_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, 5$, полученные численным решением системы дифференциальных уравнений (1) с коэффициентами (2), представлены на рис.2 (штриховые кривые). Сплошные кривые на рис.2 соответствуют статистическим данным. Начальные условия $x_i(t_0 = 2005 \text{ год})$, $i = 1, 2, \dots, 5$ задавались равными соответствующим статистическим данным в 2005 году.

Штрихпунктирные кривые на рис.2 соответствуют решениям $x_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, 5$ системы дифференциальных уравнений (1) в случае, когда для идентификации неизвестных параметров математической модели использовались статистические данные с 2005 по 2011 год включительно. Начальные условия, как и в предыдущем случае, задавались равными соответствующим статистическим данным в 2005 году. В этом случае оптимальные значения коэффициентов модели (1) следующие:

$$\begin{aligned} \alpha_1 = 0.001, \alpha_2 = 0.0015, \alpha_3 = -5.1099 \cdot 10^{-4}, \alpha_4 = 0.002, \alpha_5 = 0.0913, \\ \beta_1 = -8.2943 \cdot 10^{-4}, \beta_2 = -4.6010 \cdot 10^{-4}, \beta_3 = 4.0486 \cdot 10^{-4}, \beta_4 = -0.0193, \\ \gamma_1 = 0.0024, \gamma_2 = 9.6204 \cdot 10^{-4}, \gamma_3 = -0.0744, \\ \delta_1 = -4.0673 \cdot 10^{-4}, \delta_2 = -0.0937, \varphi_1 = 0.0091, \varphi_2 = -0.0027, \varphi_3 = 0.2587. \end{aligned} \quad (3)$$

Штриховые кривые на рис.2, продолженные за границу 2012 года, отображают в терминах элементов X_1, \dots, X_5 динамику социально-экономической системы России после 2012 года в случае, если сохранятся те же самые тенденции, которые сложились в системе к концу 2012 года. Аналогично, штрихпунктирные кривые на рис.2 показывают динамику социально-экономической системы в случае, если сохранились бы без изменений тенденции, сложившиеся в системе к концу 2011 года.

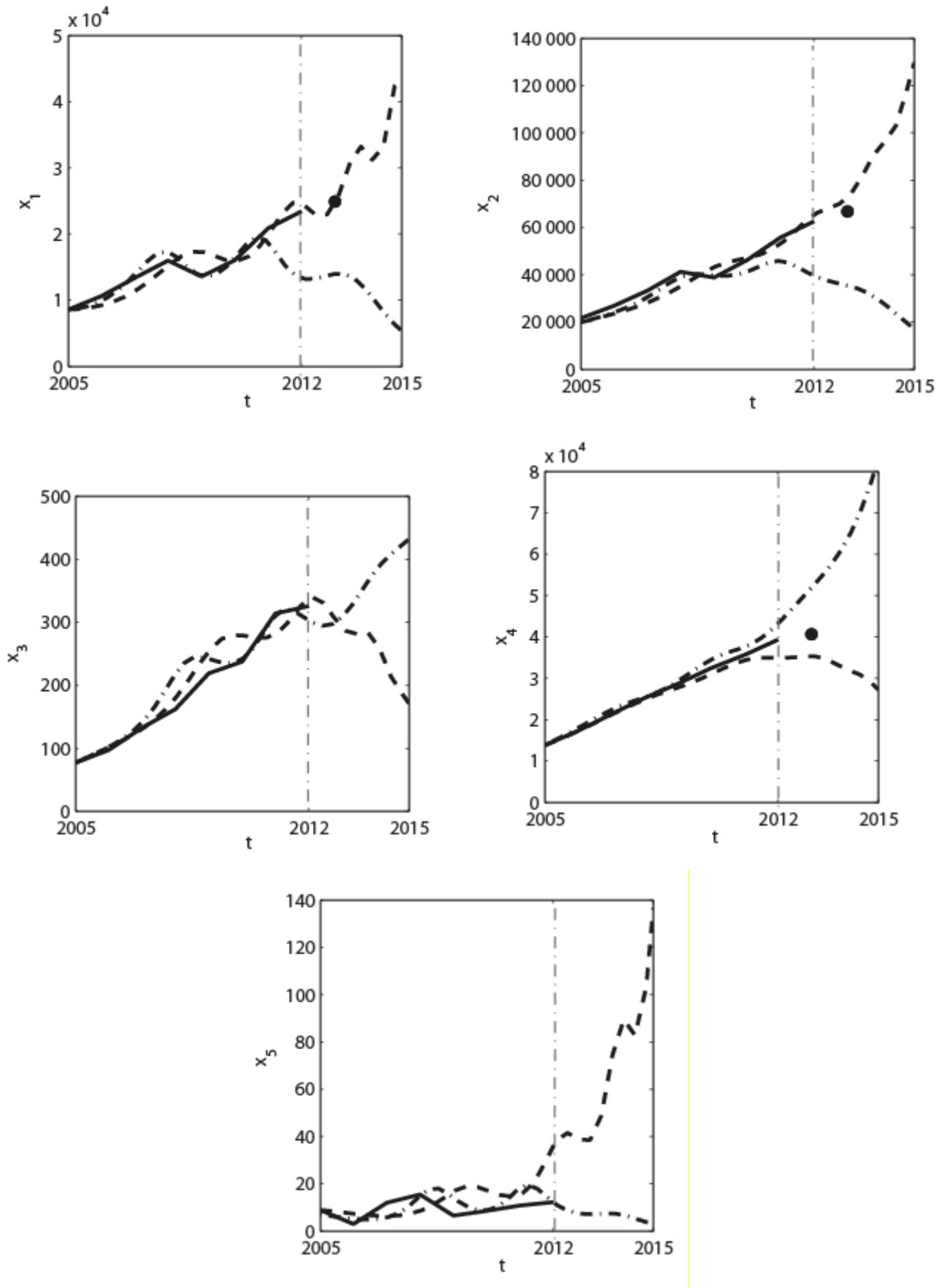


Рис. 2. Результаты моделирования: сплошные кривые соответствуют данным статистики с 2005 по 2012 годы; штриховые кривые являются решениями модели (1), полученными при

идентификации параметров по статистическим данным с 2005 по 2012 годы; штрихпунктирные кривые – решения модели (1), полученные при идентификации параметров по статистическим данным с 2005 по 2011 годы. По оси абсцисс время t отложено в годах. По осям ординат представлены следующие функции: x_1 , обозначающая доходы консолидированного бюджета, в млрд. руб.; x_2 , описывающая динамику ВВП, в млрд. руб.; x_3 , представляющая расходы на финансирование науки, в млрд. руб.; x_4 , описывающая динамику доходов населения страны, в млрд. руб.; x_5 , описывающая динамику утечки капитала из страны, в млрд. долл. Жирные точки на зависимостях $x_1(t)$, $x_2(t)$ и $x_4(t)$ обозначают статистические данные в конце 2013 года.

Из сравнения наборов параметров (2) и (3) модели (1) видно, что наиболее существенно (почти в 10 раз) изменился лишь α_1 , а остальные параметры изменились незначительно. Однако в результате решения модели (1) в долгосрочной перспективе качественно поменяли свой характер. Параметр α_1 входит в первое уравнение модели (1) как коэффициент перед произведением $\alpha_1 x_1 x_2$. Функция $x_1(t)$ описывает динамику доходов консолидированного бюджета, а $x_2(t)$ – динамику ВВП. Из этого можно заключить, что в 2012 году после президентских выборов произошла корректировка проводимого в стране социально-экономического курса в плане коррекции динамики доходов консолидированного бюджета и ВВП. Так, в случае штрихпунктирных кривых на рис.2 падение после 2011 года доходов консолидированного бюджета (x_1) и ВВП (x_2) при одновременном росте расходов на финансирование науки (x_3) и доходов населения (x_4) означает возникновение высокого уровня инфляции и, соответственно, печатание ничем не обеспеченной денежной массы. Пересмотр политики в социально-экономической сфере в 2012 году, вероятно, состоял в том, чтобы обеспечить в ближайшие годы непрерывный рост доходов консолидированного бюджета и ВВП (штриховые кривые на рис.2). Однако при этом появляется тенденция падения расходов на финансирование науки и доходов населения (см. штриховые кривые $x_3(t)$ и $x_4(t)$ соответственно на рис.2). В то же время после 2012 года при сложившейся тенденции вывоз капитала из страны увеличивается (штриховая кривая $x_5(t)$ на рис.2). Это означает, что в стране реализуется курс на повышение доходов консолидированного бюджета и ВВП без вложения достаточных финансовых средств на развитие социально-экономической сферы. Такие тенденции в динамике социально-экономической системы

России, которые сложились к концу 2012 года, при их сохранении, таким образом, в ближайшие годы приведут к крайне нестабильной ситуации в стране.

В то же время в работе [31] было отмечено, что в случае развития социально-экономической системы России в соответствии с тенденциями, сложившимися к концу 2011 года, она срывается в так называемый режим с обострением к 2017 году. Под режимом с обострением понимается такое поведение одной или нескольких функций $x_i(t)$, когда она начинает неограниченно расти за малый интервал времени Δt [40, 41]. Очевидно, никакая реальная система не обладает ресурсами, чтобы устойчиво функционировать в режиме с обострением. Анализ штриховых кривых на рис.2 показывает, что тенденция срыва системы в режим с обострением не изменилась. Возможно при тенденциях, наметившихся в 2012 году, срыв социально-экономической системы России в режим с обострением может произойти немного раньше 2017 года. Об этом свидетельствует быстрый рост функций $x_2(t)$ и $x_5(t)$ (см. штриховые кривые на рис.2).

На зависимостях $x_1(t)$, $x_2(t)$ и $x_4(t)$ (см. рис.2) жирной точкой обозначены статистические данные в конце 2013 года. Они достаточно хорошо коррелируют с тенденцией поведения штриховых кривых на рис.2. Расходы на финансирование науки в 2013 году составили около 400 млрд. рублей [38, 39]. Отток капитала из России по итогам 2013 года превысил 60 млрд. долл. Эти данные также хорошо коррелируют с тенденцией поведения штриховых кривых $x_3(t)$ и $x_5(t)$ соответственно на рис.2.

4. Заключение

Таким образом, можно сделать вывод, что в России отсутствуют как краткосрочные, так и долгосрочные планы социально-экономического развития. Социально-экономическая политика государства проводится от очередных президентских выборов до следующих.

Также можно утверждать, что обостряющийся в настоящее время в социально-экономической сфере России кризис не является напрямую следствием введенных в 2014 и в 2015 годах санкций. Этот кризис является результатом не принятых своевременно мер по стабилизации и развитию социально-экономической системы органами власти России.

Исследованная модель (1) позволяет определить тенденции, складывающиеся в динамике социально-экономической системы. На основе модели (1) также можно определить режимы длительного функционирования системы в устойчивых бескризисных состояниях. Безусловно, моделирование и анализ развития тенденций в социально-экономической сфере крайне важны для своевременного принятия оптимальных управленческих решений. Это

особенно важно в условиях проведения социально-экономических преобразований в период кризисного характера происходящих процессов.

Литература

1. *Фиговский О.* Энергетический уклад человечества меняется. Институт эволюционной экономики, 2015 - <http://iee.org.ua/ru/publication/272/>
2. *Фиговский О.* Желаящий ехать – быстрее езжай. Желаящий действовать – действуй. 31.Институт Интеграционных Исследований. 27.07.2015. http://www.figovsky.iri-as.org/stat/02_57_wishtoride.PDF
3. *Фиговский О.* Не импортозамещение, а создание принципиально нового. Наука и жизнь Израиля. 31.01.2015 http://www.figovsky.iri-as.org/stat/02_57_wishtoride.PDF
4. *Mantegna R.N., Stanley H.E.* An introduction to econophysics: correlations and complexity in finance. Cambridge University Press, 2000. 148 p.
5. Econophysics of Systemic Risk and Network Dynamics (New Economic Windows) / By Edition Frédéric Abergel, Bikas K. Chakrabarti, Anirban Chakraborti, Asim Ghosh. Springer, 2013. 306 p.
6. *Giovani L. Vasconcelos.* A guided walk down wall street: an introduction to econophysics // Brazilian Journal of Physics, 2004, v.34, №03B. P. 1039-1065.
7. *Castellano C., Fortunato S., Loreto V.* Statistical physics of social dynamics // Reviews of Modern Physics, 2009, v. 81, №2, p. 591-646.
8. *Shengmao Fu, Lina Zhang, Ping Hu.* Global Behavior of Solutions in a Lotka- Volterra Predator- Prey Model with Prey-Stage Structure // Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2013, v. 14, p. 2027- 2045.
9. *Kazuhito Yamasaki, Takahiro Yajima.* Lotka- Volterra System and KCC Theory: Differential Geometric Structure of Competitions and Predations // Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2013, v. 14, p. 1845- 1853.
10. *Qiu Xiao-xiao, Xiao Hai-bin.* Qualitative Analysis of Holling Type II Predator- Prey Systems with Prey Refuges and Predator Restricts // Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2013, v. 14, p. 1896- 1906.
11. *Jiafu Wang, Xiangnan Zhou, Lihong Huang.* Hopf Bifurcation and Multiple Periodic Solutions in Lotka- Volterra Systems with Symmetries // Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2013, v. 14, p. 1817- 1828.
12. *André Barreira da Silva Rocha.* Evolutionary Dynamics of Nationalism and Migration // Physica A, 2013, v. 302, p. 3183- 3197.

13. *Коровкин А.Г., Наумов А.В.* Социально-экономические проблемы формирования рациональной занятости // Экономика и математические методы, 1990, №5 с.861-870.
14. *Коровкин А.Г., Латина Т.Д., Полежаев А.В.* Согласование спроса на рабочую силу и ее предложения: федеральный и региональный аспекты // Проблемы прогнозирования, 2000, №4, с.73-88.
15. *Коровкин А.Г.* Динамика занятости и рынка труда: вопросы макроэкономического анализа и прогнозирования.- М.: МАКС Пресс, 2001, 320 с.
16. *Балацкий Е.В., Екимова Н.А.* Типология приватизационных циклов // Общество и экономика, 2007, №9-10, с. 66 - 85.
17. *Балацкий Е.В., Екимова Н.А.* Влияние конкуренции на длительность и амплитуду приватизационного цикла // Общество и экономика, 2009, №1, с. 21-39.
18. *Балацкий Е.В., Екимова Н.А.* Цикл занятости и приватизационный цикл в динамических моделях равновесия // Общество и экономика, 2010, №12, с.33-51.
19. *Medvinsky A.B., Rusakov A.V.* Chaos and Order in Stateless Societies: Intercommunity Exchange as a Factor Impacting the population Dynamical Patterns // Chaos, Solitons and Fractals, 2011, v. 44, p. 390- 400.
20. *Медвинский А.Б., Нефёдов С.А., Русаков А.В.* Предсказуемость социодинамики (на примере математической модели крестьянской общины) // Нелинейный мир, 2012, №10, с. 189-197.
21. *Андреев В.В., Карпова О.В.* Математическое моделирование социально- экономических процессов в России конца XX и начала XXI веков // Нелинейный мир, 2007, т.5, №12. с. 773- 777.
22. *Карпова О.В., Андреев В.В.* Моделирование динамики одной социально- экономической системы на основе модели типа «хищник- жертва» // Математика. Компьютер. Образование: Сб. научных трудов. Том 1 / Под ред. Г.Ю.Ризниченко.– М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». 2007. С. 194-202.
23. *Карпова О.В., Андреев В.В.* Исследование социально-экономической динамики России на основе модели типа «хищник–жертва» // Математика. Компьютер. Образование: Сб. трудов XV международной конференции. Том 1/ Под общей редакцией Г.Ю. Ризниченко. – М.-Ижевск: Научно-издательский центр «Регулярная и хаотическая динамика». 2008. С. 231-236.
24. *Андреев В.В., Карпова О.В.* Попытка построения математической модели социально-экономической системы: исследование на примере Чувашской Республики // Вестник Чувашского университета. Гуманитарные науки, 2008, №1, с.385- 390.

25. *Андреев В.В., Ярмулина О.О.* Математическое моделирование динамики социально-экономической системы (на примере России) // *Нелинейный мир*, 2009, т.7, №6, с.464-474.
26. *Андреев В.В., Семёнов М.И.* Программное приложение для решения задач оптимальной параметрической идентификации динамических моделей: применение для прогнозирования динамики социально-экономической системы США// *Прикладная информатика*, 2010, №2(26), с.46-57.
27. *Андреев В.В., Семёнов М.И.* Математическое моделирование и исследование динамики социально-экономической системы (на примере США) // *Нелинейный мир*, 2010, т.8, №3, с.189- 195.
28. *Андреев В.В., Семёнов М.И.* Моделирование динамики социально-экономической системы на примере США // *Математика. Компьютер. Образование: Сб. научн. трудов. Том 2 / Под ред. Г.Ю. Ризниченко. – М.- Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». 2010. С.236- 246.*
29. *Андреев В.В., Семёнов М.И.* Математическое моделирование динамики социально-экономической системы США // *Нелинейный мир*, 2012, т.10, №5, с.322-330.
30. *Андреев В.В., Васильева Е.А.* Математическое моделирование и исследование динамики социально-экономической системы России // *Известия РАЕН. Дифференциальные уравнения*, 2009, № 14, с.25-38.
31. *Андреев В.В., Семёнов М.И.* Математическое моделирование динамики социально-экономической системы России: определение наилучшего пути развития // *Нелинейный мир*, 2013, т.11, №1, с.58- 72.
32. *Andreev V.V.* On the validity of use of physical equations and principles in the socio-economic field and on the predictability of socio-economic system dynamics // *Nonlinear Analysis: Modelling and Control*, 2015, v. 20, №1, p.82-98.
33. *Andreev V.V.* Will there be a revolution in Russia in 2017? // *Journal of Policy Modeling*, 2015, <http://dx.doi.org/10.1016/j.jpolmod.2015.06.001>
34. *Gill P.E., Murray W., Wright M.H.* *Practical Optimization*. New York: Academic Press, 1981. 418 p.
35. *Levenberg K.* A Method for the Solution of Certain Problems in Least Squares // *Quart. Appl. Math.*, 1944, v.2, p.164-168.
36. *Marquardt D.* An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters // *SIAM J. Appl. Math.*, 1963, v.11. p. 431-441.
37. *Fletcher R.* A Modified Marquardt Subroutine for Nonlinear Least Squares // *Rpt. AERE-R*

6799, Harwell, 1971.

38. <http://www.gks.ru> - Федеральная служба государственной статистики. Российский статистический ежегодник.
39. <http://www.cbr.ru> - Банк России. Статистика. Платежный баланс и внешний долг Российской Федерации.
40. *Князева Е.Н., Курдюмов С.П.* Основания синергетики. Режимы с обострением, самоорганизация, темпомиры. СПб.: Алетейя. 2002. 416 с.
41. *Белавин В.А., Курдюмов С.П.* Режимы с обострением в демографической системе. Сценарий усиления нелинейности// Журнал вычислительной математики и математической физики. 2000. Т.40. №2. С. 238-251.